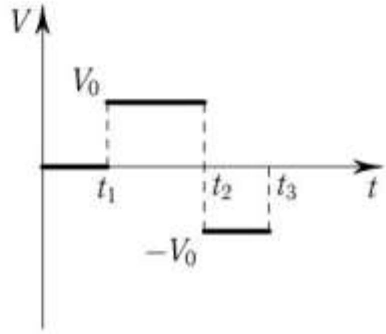
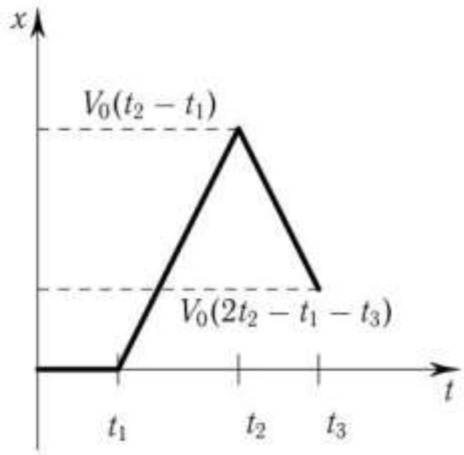
Р е ш е н и я
II муниципального (районного) этапа
Всероссийской олимпиады школьников по физике 2019–2020
9 класс

9–1. График скорости тела в зависимости от времени приведён на рис. Нарисовать график перемещения тела в зависимости от времени.



Решение: Если исходить из графика, то получим, что $t_2 - t_1 > t_1$, $t_3 - t_2 = t_1$.

На этапе $(0; t_1)$ скорость равна нулю, как и перемещение. На этапе $(t_1; t_2)$ равномерное движение со скоростью V_0, в конце этапа пройдено расстояние $V_0(t_2 - t_1)$. На этапе $(t_2; t_3)$ равномерное движение в обратном направлении. За это время тело переместилось на расстояние $V_0(t_3 - t_2)$ в обратном направлении, поэтому его конечное перемещение равно $V_0(t_2 - t_1) - V_0(t_3 - t_2) = V_0(t_2 - 2t_1)$, и поскольку $t_2 - 2t_1 > 0$, то оно не достигло отправной точки. График перемещения приведён ниже.



Критерии оценивания:

- указан тип движения на каждом участке (2 балла);
- отмечено, что согласно рисунку интервалы t_1 и $t_3 - t_2$ — одинаковые (2 балла);
- получены значения перемещений в конце каждого участка (3 балла);
- построен график перемещения (3 балла).

9–2. В подводной части судна образовалось отверстие, площадь которого $5\,\text{см}^2$. Отверстие находится ниже уровня воды на расстоянии 3 м. Какая минимальная сила потребуется, чтобы удержать заплату, закрывающую отверстие с внутренней стороны судна?

Плотность воды 1 г/см^3. Рационально ли оставить заплату с внутренней стороны или всё же заделать отверстие снаружи. Если да, то почему и как?

Решение: Переведём данные задачи в СИ:

$$S = 5\,\text{см}^2 = 5 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2, \quad \rho = 1\,\text{г/см}^3 = 10^3\,\text{кг/м}^3.$$

Вода давит на отверстие с силой

$$F_{\text{в}} = pS, \quad p = p_0 + \rho g h,$$

но поскольку внутри судна тоже есть воздух, то учитывать атмосферное давление нет необходимости (если его учитываем со стороны воды, то его нужно учитывать и с внутренней стороны судна, т.е. $F + p_0 S$), отсюда находим

$$F_{\text{в}} = \rho g h S = 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 5\,\text{Н} = 14{,}7\,\text{Н}.$$

Что касается вопроса где устанавливать заплату, то её следует установить снаружи. Для этого нужно взять кусок металла больший по размеру, чем отверстие. Кроме самого крепления заплаты сама вода своим давление будет прижимать заплату к судну.

Критерии оценивания:

- данные были переведены в СИ (2 балла);
- замечено, что атмосферное давление не обязательно учитывать (3 балла);
- получена формула для силы (1 балл);
- и проведён численный расчёт (1 балл);
- дано пояснение, почему крепить заплату следует снаружи, а не внутри (2 балла);
- в ответе о типе заплаты указано, что её нужно покрыть чем-то более крупным по размеру (1 балл).

9–3. Теплоизолированный сосуд с водой, находящийся при температуре 0 °С, соединён с откачивающим насосом. Что произойдёт с водой, если насос начнёт работать? Какая доля воды испарится?

Решение: Так как температура кипения падает с уменьшением давления, рано или поздно вода закипит. Образующиеся при этом пары воды будут откачиваться насосом, а сама вода — продолжать кипеть.

Но поскольку для испарения воды нужно тепло, а подвод тепла извне отсутствует, процесс испарения будет сопровождаться отдачей тепла неиспарившейся водой. В результате последняя замёрзнет и процесс остановится.

Обозначив через m первоначальное количество воды, через m_1 — выкипевшую часть воды, можно записать уравнение теплового баланса в виде

$$m_1 \lambda = (m - m_1) r,$$

где λ — удельная теплота парообразования, r — удельная теплота плавления. Отсюда

$$m_1 = \frac{mr}{\lambda + r},$$

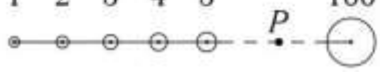
или, иначе говоря, испариться $r/(r+\lambda)$-я часть воды.

Подставляя численные значения удельной теплоты парообразования $\lambda = 2256{,}2\,\text{кДж/кг}$ и удельной теплоты плавления $r = 332{,}4\,\text{кДж/кг}$ получим, что испарится 12,84%.

Критерии оценивания:

- отмечено, что температура кипения уменьшается с уменьшением давления (3 балла);
- указано, что часть воды испарится, часть замёрзнет, отдавая своё тепло на испарение (2 балла);
- записано уравнение теплового баланса (3 балла);
- получено выражение для доли испарившейся части (2 балла).

9–4. Сто шаров массой 1, 2, 3, ..., 100 кг расположены последовательно на прямом невесомом стержне, причём расстояния между центрами соседних шаров одинаковы и равны a. Найти центр тяжести такой системы. (*Подсказка*: систему можно представить как совокупность сочленённых правильных шестиугольников.)



Решение: **Первый способ.** Воспользуемся формулами для вычисления центра тяжести нескольких тел:

$$X = \frac{\sum\limits_i m_i x_i}{M}, \quad Y = \frac{\sum\limits_i m_i y_i}{M}, \quad Z = \frac{\sum\limits_i m_i z_i}{M}.$$

Для этого расположим стержень по оси x так, чтобы центр первого шара находился от начала координат на расстоянии $x_1 = a$ (a — расстояние между центрами соседних шаров). Тогда центр второго шара будет иметь координату $x_2 = 2a$ и т.д. Очевидно, что $Y = Z = 0$,

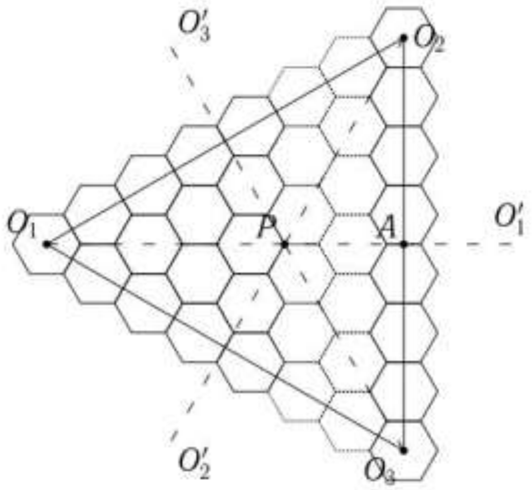
$$X = \frac{\sum\limits_i m_i x_i}{M} = \frac{a \cdot 1^2 + a \cdot 2^2 + \ldots + a \cdot 100^2}{1 + 2 + \ldots + 100}.$$

Из арифметики известно, что

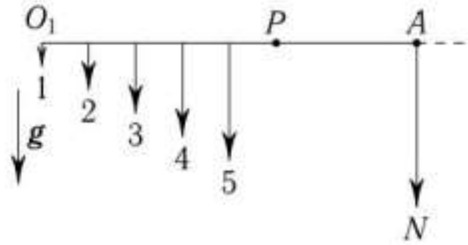
$$1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \quad 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Тогда находим, что $X = 67a$, т.е центр масс совпадает с центром 67-го шара.

Второй способ. Можно обойтись и без применения арифметических формул. Рассмотри «треугольную» фигуру, сложенную из правильных шестиугольников, в каждой стороне которой содержится N шестиугольников (см. рис.). Центр тяжести P такой фигуры обязан лежать на точке пересечения трёх осей симметрии O_1O_1', O_2O_2', O_3O_3', т.е. его положение совпадает с центром правильного треугольника $O_1O_2O_3$, вершины которого лежат в центрах крайних шестиугольников.



Пусть вес каждого шара 1 кг, $N = 100$, а направление силы тяжести совпадает с направлением вектора $\boldsymbol{g}$ на рисунке.



Найдём сумму моментов всех сил тяжести относительно точки P. Для этого можно, в частности, перенести все силы вдоль по линиях их действия до оси O_1O_1'. В результате, если сторона шестиугольника равна $2a/3$, получим, то же самое распределение сил, что и в случае стержня с шарами. Следовательно, центр тяжести фигуры так же удалён от точки O_1, как центр тяжести стержня с шарами от центра первого шара. Так как $O_1P = 2/3O_1A$, искомый центр тяжести совпадает с центром 67-го шара.

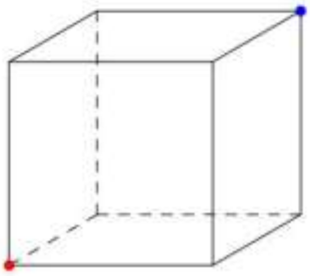
Критерии оценивания. Для первого варианта решения:

- приведены формулы для вычисления координат центра тяжести (2 балла);
- удачно выбрана система отсчёта (1 балл);
- записано выражения для координаты (формула) (2 балла);
- проведён расчёт до конца (5 баллов).

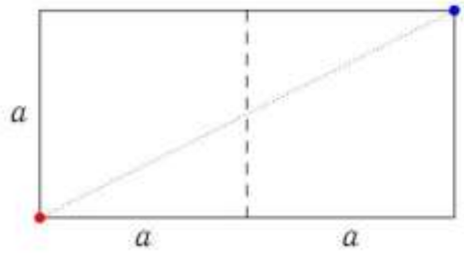
Для второго варианта решения:

- оригинальная схема заменена на эквивалентную (3 балла);
- указано как рассчитать центр тяжести для тела используя геометрический подход (2 балла);
- указан размер элементов эквивалентной схемы (в нашем случае — шестиугольников) (2 балла);
- найдено положение центра тяжести (2 балла);
- и указано на какой шар он пришёлся (1 балл).

9–5. Жук ползёт внутри куба с длиной ребра a по кратчайшему пути от одного угла куба в противоположный. Какое расстояние он преодолеет? По какой траектории он движется?



Решение: Если мысленно разрезать куб и развернуть его, то получиться прямоугольная фигура, как показано на рис.



Жук будет ползти по точечной линии — прямой линии соединяющей вершины прямоугольника, что добраться до противоположного угла куба (комнаты). Очевидно, что он преодолеет расстояние

$$S = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a.$$

Критерии оценивания:

- отмечено, что движение в пространстве можно заменить на плоское движение (4 балла);
- указано, что траектория движения — прямая линия (в плоской развёртке, соответственно две ломаных линии в пространстве на гранях) (4 балла);
- найдено расстояние (2 балла).